Autor : Jens Levenhagen Datum, 09.12.1998
Internet: http://www.mittelpunkt-deutschlands.de

DIE GOLDENE MITTE

von Jens Levenhagen

EINLEITUNG:

Am 27.Februar 1991 wurde im thüringischen Niederdorla unweit der ehemaligen innerdeutschen Grenze eine Linde gepflanzt. Dies wäre an sich nichts Ungewöhnliches, handelte es sich dabei nicht um jenen Baum, der seitdem offiziell den geographischen Mittelpunkt des neuen (alten) Stadtgebietes markiert. Den abendlichen Fernsehnachrichten und den am nächsten Tag erschienenen Zeitungen ließ sich entnehmen, daß sich dieser Punkt exakt bei **51º 11' nördl. Breite und 10º 27' östl. Länge** befindet. Das hätten die 'letzten' Rechnungen ergeben. So weit, so gut.

November 1990: Der "Kölner Stadtanzeiger" berichtet darüber, daß mehrere Orte des vereinten Staatsgebietes für sich in Anspruch nehmen, von nun an als Mittelpunkt zu gelten. Man stützt sich dabei auf Berechnungen verschiedener Experten. Die Problemstellung entbehrt nicht einer gewissen Pikanterie, geht es doch darum, den ominösen Punkt nach (ehemals) Deutschland-West oder (ehemals) Deutschland- Ost zu legen.

Der Geograph Karl- Heinz Pörtge von der Universität Göttingen hat aus seinen Daten errechnet, daß das hessische Wahnfried, der Leiter des Potsdamer Planetariums, Arnold Zenkert, daß das thüringische Mühlhausen wohl am ehesten in Betracht käme.
Auch Herbstein bei Lauterbach in Hessen hätte sich bereits gemeldet.
Naja, denkt sich der Feld- Wald- Wiesen- Leser, die werden schon wissen, was sie tun.
Antwort: Weit gefehlt!

Zum Glück traten in dem o a. Zeitungsartikel auch die Methoden zutage, mittels derer man zu den Ergebnissen gelangt war.

Ausgewertet wurden lediglich die vier Extramalpunkte des neuen Staatsgebietes, also der nördliche, südliche, östliche und westliche.
Der erste Rechnungsweg mittelte einfach deren Koordinaten, d.h., man erhält so den Mittelpunkt des umschreibenden Rechtecks.
Der zweite war kaum komplizierter die Ost- West- Verbindung wurde mit der Nord- Süd-Verbindung zum Schnitt gebracht.

Und fertig'!

Man erhält also zwei verschiedene Punkte, der eine eben in Hessen, der andere in Thüringen.

PROBLEMSTELLUG:

Wie zu erkennen ist, liegt die Problematik in der zu wählenden Definition eines Staatsmittelpunkts. Unser Bundeskanzler würde dazu befragt wahrscheinlich "Oggersheim" nennen, Reinhold Messner viel leicht die Zugspitze.

Allen gemeinsam ist somit jedoch in meinen Augen der fehlende "wissenschaftliche" Ansatz. Auch wenn die einschlägige Literatur keine Klarheit über das Problem schaffen kann, ist dieses mit den gewählten Berechnungen nicht abgetan.

In mir reifte als dann die Idee, auch eine solche Berechnung vorzunehmen; jedoch sollte sie möglichst unter geodätischen Gesichtspunkten sinnvoll erscheinen. Dazu überlegte ich mir folgendes:

Der Mittelpunkt einer Fläche sowie der eines Körpers ist der. der von möglichst vielen (im Idealfall allen) Grenzpunkten aus möglichst schnell, d.h., auf kürzestem Weg erreicht werden kann.

"HANDWERKLICHE" VORARBEITEN:

Um dies umsetzen zu können, mußte ich also an die Koordinaten unserer Staatsgrenzpunkte gelangen. Ein Gespräch mit Herrn Dr. Schoppmeyer ergab, daß der einfachste Weg dazu wohl das Abgreifen auf einer Karte wäre. An explizite Datenbestände (beispielsweise über das IfAG) sei schlecht heranzukommen. Von Herrn Dr. Wanzel wurde mir dann eine Sonderausgabe der IWK zur Verfügung gestellt, die das Deutsche Reich in seinen Grenzen von 1937 darstellt.
Das sollte reichen.

Natürlich war eine Approximation das wahren (unendlich langen) Grenzverlaufs durch ein Polygon vonnöten. Ich wählte entlang der eingezeichneten Grenze Punkte im Abstand von ca. 10-12 km (Natur) bzw. ca. 10-12 mm (Karte).

Der Aufwand einer höheren Punktdichte schien mir gerechtfertigt. Ich wurde im Nachhinein darin bestätigt, indem unter Verdoppelung der Punktabstände (Halbierung der Punktanzahl) fast das gleiche Endergebnis zutage trat (s.u.). Letztendlich betrug die Gesamtpunktzahl 428.

Die zum Staatsgebiet gehörenden Nord- und Ostseeinseln werden dabei durch ihren "optischen Mittelpunkt " (nach Augenmaß) repräsentiert.
Da es sich bei der Internationalen Weltkarte 1:1000000 (IWK) um eine Gradabteilungskarte mit Kegelnetzentwurf handelt, können die Punktkoordinaten nicht direkt mittels eines Maßstabs abgegriffen werden. Eine Lösung bietet jedoch in guter Näherung folgender Weg.

Innerhalb einer Gradnetzmasche werden die Werte mittels Dreisatz festgelegt; der Abgriff erfolgt über einen Anlegemaßstab mit beliebiger Teilung (ich wählte 1:500). Es muß darauf geachtet werden, daß bei der Bestimmung der geogr. Länge der Maßstab parallel zu den Breitenkreisen liegt und bei der Festlegung der geogr. Breite der konische Zulauf der Großkreise nach Augenmaß angehalten wird.

GENAUIGKEITSBETRACHTUNG:

Interessant ist in diesem Zusammenhang natürlich, mit welcher Genauigkeit sich dann die Punktkoordinaten ergeben. Dabei überlagern sich mehrere mögliche Fehlereinflüsse:

a) Ungenauigkeiten bei der Generalisierung der Karte
b) Papierverzug
c) Ungenauigkeiten der Teilung und fehlende Geradlinigkeit des Anlegemaßstabs
d) Ungenaues Anlegen des Maßstabs
e) Ablesefehler
f) Schlechte Approximation der Ellipsoidgestalt durch o. a. Dreisatzmethode

Legt man die Ablesegenauigkeit eines Maßstabs von 0.2 mm zugrunde, ergibt sich unter Vernachlässigung obiger Fehlereinflüsse ein relativer Punktfehler von 200 m (Natur).
Meine Überlegungen führten dazu, bei Einrechnung dieser Einflüsse eine Lagegenauigkeit von 1 km für die abgegriffenen Punkte anzunehmen.

Daraus folgte, daß die Festlegung der Koordinaten auf höchstens zwei Dezimalen erfolgen konnte (1^{o} ˜ 100 km). Bei Übergang zum Sexagesimalsystem war also schon die Deka-Bogensekunde relativ unsicher. Dennoch reichte dies aus, um die Gemeinde zu bestimmen, zu deren Gebiet der Mittelpunkt gehörte. Dies war von Anfang an mein Ziel gewesen.

EINSATZ VON MATHEMATIK UND EDV:

Nach ca. 8h Arbeit an der Karte ging es nun an die Auswertung.
Schon früh wurde klar, daß diese nicht ohne EDV zu bewerkstelligen war. Unter Fortführung meiner oben gewählten Mittelpunktdefinition mußte ich also rechnerisch zu dem Punkt gelangen, von dem aus die Summe der Distanzen zu den Grenzpunkten minimal ist.

Die kürzeste Entfernung zweier Punkte auf der Kugel (eine Vernachlässigung der Ellipsoidgestalt erschien mir gerechtfertigt) ergibt sich zu:

$$s = R * \arccos(\sin(\Phi_A) * \sin(\Phi_B) + \cos(\Phi_A) * \cos(\Phi_B) * \cos(\Gamma_A - \Gamma_B))$$

mit: R = mittl. Erdradius = 6370 Km
Φ_A = geogr. Breite von Punkt A
Γ_A = geogr. Länge von Punkt A
Φ_B = geogr. Breite von Punkt B
Γ_B = geogr. Länge von Punkt B.

Der analytische Weg hätte nun zu folgender Aufgabenstellung geführt:

Bestimmung der Nullstellen der Funktionen

$$\frac{d(\overset{428}{\Sigma}(s))}{d\Phi_M} \quad \text{und} \quad \frac{d(\sum_{i=l}^{428}(s))}{d\Gamma_M}$$

, wenn Γ_M und Φ_M die geogr. Koordinaten des gesuchten Mittelpunkts darstellen, welche für einen der beiden Punkte A und B zu setzen sind.

Man sieht leicht ein, daß dies ein aussichtsloses Unterfangen wäre, da jeweils eine der beiden Summen bei 80-Zeichen-Darstellung über 1000 Zeilen füllt. Mithin war nun ein Umweg über eine numerische Lösung nötig.

Ich schrieb ein FORTRAN-Programm, welches sich iterativ dem gesuchten Punkt nähern sollte. Ein zweites FORTRAN-Programm überprüfte dann, ob dieser gefundene Punkt wirklich die Nullstelle der o.a. Ableitungsfunktionen darstellte.

Es folgt eine kurze Skizzierung der Funktionsweise der Software:

a) Mittelpunktsbestimmung durch Intervallschachtelung

Nach Eingabe von Koordinaten eines Näherungsmittelpunktes (ich wählte u.a. dazu den "offiziellen" Mittelpunkt in Niederdorla) legt das Programm vier weitere in einer konstanten Entfernung x fest (jeweils einen im Norden, Süden, Osten und Westen dieses Punktes) und rechnet die Summe der Distanzen von jedem dieser fünf Punkte zu den Grenzpunkten.
Diese Summe kann in höchstens zwei der Außenpunkte kleiner sein als im Näherungsmittelpunkt.

Alsdann wird in Richtung dieser Außenpunkte die Strecke x vom Mittelpunkt aus in Form einer Vektoraddition abgesetzt. Der so gefundene Punkt fungiert als neuer Mittelpunkt.

Das Verfahren wird mit dem Wert x/2 wiederholt, es folgen x/4, x/8, x/16,... .

Die Rechnung wird abgebrochen, wenn das x-Inkrement eine festgelegte Schwelle unterschreitet.

b) Überprüfung auf Nullstellen der Ableitungsfunktionen

Die eingegebenen Koordinaten des unter **a)** errechneten Endpunktes werden in die o.a. Ableitungsfunktionen eingesetzt. Als Ergebnis muß sich für den wahren Mittelpunkt das Ergebnis Null ergeben.
Bei Verwendung beliebiger anderer Koordinaten ist dies nicht der Fall.

ERGEBNIS UND AUSWERTUNG:

Nach ca. sieben Minuten Rechendauer auf einem 286er-Prozessor gibt das Programm **a)** folgende Koordinaten für den Mittelpunkt des Polygons aus:

10° 11',0 östl. Länge
51° 19',7 nördl. Breite.

Dies ist unabhängig davon, welche Näherungskoordinaten man für den Startpunkt wählt.
Verdoppelt man den Grenzpunktabstand (halbiert die Punktmenge), so lautet das Ergebnis:

10° 11',5 bzw. 10° 10',5 östl. Länge
51° 19',9 bzw. 51° 19',5 nördl. Breite.

Daher ist davon auszugehen, daß sich diese Werte auch bei einer erheblich höheren Anzahl von Grenzpunkten kaum verändern werden.
Eine Gewißheit über die Richtigkeit der Berechnung erlangt man nach Ablauf des Programms b).
Dieses ermittelt für die beiden Ableitungssummen die Ergebnisse

- **0.00386 für die Breite und**
- **0.00161 für die Länge.**

Die geringe Abweichung von Null resultiert aus der Beschränkung der Koordinatenwerte auf zwei Dezimalen.

Nimmt man nun beispielsweise einmal den "offiziellen" Mittelpunkt als "richtig" an, so erhält man

+**8. 9531 für die Breite und**
- **7. 7600 für die Länge.**

Tests mit beliebigen anderen Punkten zeigen, daß sich die Ergebnisse bei geringer werdendem Abstand zum "wahren" Mittelpunkt dem Wert Null nähern.

Insgesamt ist also festzustellen:

**Gemäß der von mir gewählten Definition befindet sich der geographische Mittelpunkt Deutschlands in Thüringen ca. 26 km nordwestlich des offiziellen Punktes.
Er ist damit der Gemeinde**

FLINSBERG

zuzuordnen. Wenn die Stadtväter das wüßten...

SCHLUSS:

Es ist klar geworden, daß verschiedene Ansätze einer möglichen Mittelpunktsdefinition eines Staates zu erheblichen Ergebnisdifferenzen führen werden. Da die Fachliteratur hierfür keine eindeutige Lösung bietet, ist letztendlich nicht zu entscheiden, welcher Definition der Vorzug gegeben werden kann.

Der von mir gewählte Weg ist sicher der mathematisch exaktere, dafür dem Laien weniger einsichtig, wie mir einige Gespräche deutlich machten. Einen Knackpunkt haben alle Verfahren gemeinsam, die Anwendung auf Inselstaaten wie Japan oder den Philippinen könnte im Wasser enden...

Jens Leverhagen